

В.Л. Доброскок, д-р техн. наук, Я.Н. Гаращенко, канд. техн. наук,  
Т.Ю. Латыш, Харьков, Украина

## ВЕРИФИКАЦИЯ ТРИАНГУЛЯЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ПОСЛЕ ОПТИКО-ЦИФРОВОГО СКАНИРОВАНИЯ

*У статті розглянуто особливості верифікації триангульованих моделей, отриманих шляхом сканування фізичних моделей на оптико-цифровій установці Imetric IScan II. Представлено можливості верифікації триангульованих моделей у системах PowerShape і Geomagic Studio. Розроблено алгоритм розрахунку для статистичного аналізу похибок триангульованої моделі відносно системи виміряних точок.*

*В статье рассмотрены особенности верификации триангуляционных моделей, полученных путем сканирования физических моделей на оптико-цифровой установке Imetric IScan II. Представлены возможности верификации триангуляционных моделей в системах PowerShape и Geomagic Studio. Разработан алгоритм расчета для статистического анализа отклонений триангуляционной модели от системы измеренных точек.*

*In article features of verification of triangulated models received by scanning of physical models on optical-digital plant Imetric IScan II are considered. Verification possibilities of triangulated models in systems PowerShape and Geomagic Studio are presented. The algorithm of calculation is developed for the statistical analysis of deviations triangulated models concerning system of the measured points.*

### **Введение**

Основные тенденции развития машиностроения связаны с разработкой конкурентоспособной продукции на базе использования наукоемких интегрированных технологических процессов. Объективно необходим переход в иную технологическую область – интегрированных компьютеризированных технологий, базирующихся на последних достижениях материаловедения, информационных, лазерных и др. наукоемких технологий. К таким технологиям относится обратный инжиниринг.

Обратный (реверсный) инжиниринг – это технология, которая позволяет сократить время и материальные затраты на разработку и материализацию компьютерной модели изделия, на которое отсутствует конструкторская документация. Одним из способов получения трехмерных моделей изделий является оптико-цифровое сканирование, которое обеспечивает достаточно высокую точность измерений [1]. Однако точность создания трехмерной модели определяется не только на этапе сканирования (при получении системы измеренных точек). Так как создание триангуляционной модели изделия проходит ряд этапов: получение точечной модели при сканировании изделия, ее последующая триангуляция и редактирование (устранение дефектов). Каждый этап вносит свою составляющую в общую погрешность.

Как показывает практика использования оптико-цифровой установки Imetric IScan II общая погрешность размеров полученной модели в некоторых

случаях может в 5÷10 раз превышать инструментальную составляющую (погрешность измерения сканирующим устройством). Поэтому принципиально важным является верификация полученной трехмерной модели изделия, направленная на определение адекватности модели (подтверждение соответствия требуемой точности).

В данной работе представлены результаты анализа возможностей существующего программного обеспечения для выполнения верификации триангуляционных моделей и предлагается разработанный алгоритм статистического анализа отклонений триангуляционной модели от системы измеренных точек.

Работа выполнялась в условиях ЧАО "Конструкторско-технологическое бюро верификационного моделирования и подготовки производства" при кафедре "Интегрированные технологии машиностроения" им. М.Ф. Семко НТУ "Харьковский политехнический институт".

### **Возможности существующего программного обеспечения для выполнения верификации триангуляционных моделей**

Рассмотрим возможности существующего программного обеспечения по верификации триангуляционных моделей на базе одних из наиболее известных пакетов, таких как, Geomagic Studio (компания Geomagic) и PowerSHAPE Pro (компания Delcam plc).

На рис. 1 представлена система Geomagic Studio с визуализацией карты погрешности на примере обшивки передней двери автомобиля. Использование карты погрешности удобно для выявления и оценки причин вызывающих отклонения [1]. В системе определяются основные статистические характеристики (среднее арифметическое и среднеквадратическое отклонение) отдельно для положительных и отрицательных значений отклонений.

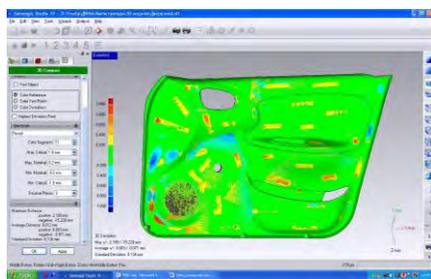


Рисунок 1 – Визуализация отклонений между системой точек и полученной моделью для обшивки передней двери в системе Geomagic Studio

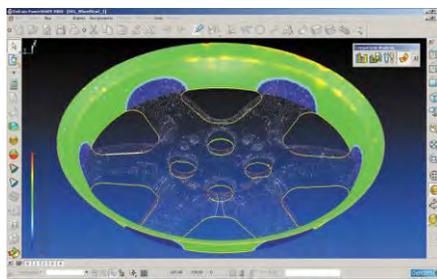


Рисунок 2– Функция визуального сравнения STL-модели с CAD-поверхностью в системе PowerSHAPE Pro

Программный пакет PowerSHAPE Pro также имеет ряд функций визуального анализа соответствия между CAD-моделью и триангуляционной поверхностью. На рис. 2 представлен пример цветной карты погрешности. В результате такого анализа можно принимать решение о необходимости корректировки размеров образующих поверхностей.

Практика использования данного программного обеспечения показывает пригодность предлагаемого инструментария верификации моделей только для производственных задач. Для углубленных научных исследований (с использованием аппарата прикладной статистики) точности создаваемых триангуляционных моделей необходима разработка специального алгоритма анализа.

### **Алгоритм статистического анализа отклонений триангуляционной модели от системы измеренных точек**

Определение точности триангуляции системы измеренных точек осуществляется путем сравнения первоначальной точечной и триангуляционной модели. На рис. 3 представлены фрагменты точечной и триангуляционной моделей. Точечная модель или система измеренных точек, как правило, называется в CAD системах – «point cloud» (множество точек).

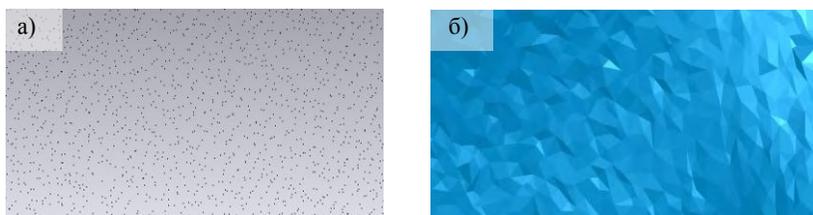


Рисунок 3 – Фрагменты поверхностей:  
а) точечной модели; б) триангуляционной модели

В качестве величины погрешности триангуляции принято минимальное расстояние между ближайшими элементами поверхностей сравниваемых моделей (измеренными точками и треугольными гранями).

В предлагаемом алгоритме минимальные расстояния определяются для каждой точки первоначальной модели. Полученный массив данных проходит статистическую обработку, с определением основных статистических характеристик:  $x_{min}$  - минимальное значение,  $x_{max}$  - максимальное значение,  $\Delta_x$  - размах,  $E$  - среднее арифметическое,  $D$  - дисперсия,  $\sigma$  - среднее квадратичное отклонение,  $k_v$  - коэффициент вариации и пр. Использование таких характеристик позволяет обеспечить научно обоснованный подход к анализу точности и выявлению рациональных алгоритмов триангуляции.

Разработанная блок-схема определения значений погрешности триангуляции представлена на рис. 4.

Для обеспечения корректности анализа погрешности необходимым условием является отсутствие дефектов у триангуляционной модели. Твердотельная модель должна соответствовать следующим принципам замкнутости образующих поверхностей: отсутствие совпадающих треугольников, соответствие каждому ребру двух смежных треугольников, принадлежность каждой вершине не менее трех смежных треугольников и ребер, причем их количества равны.

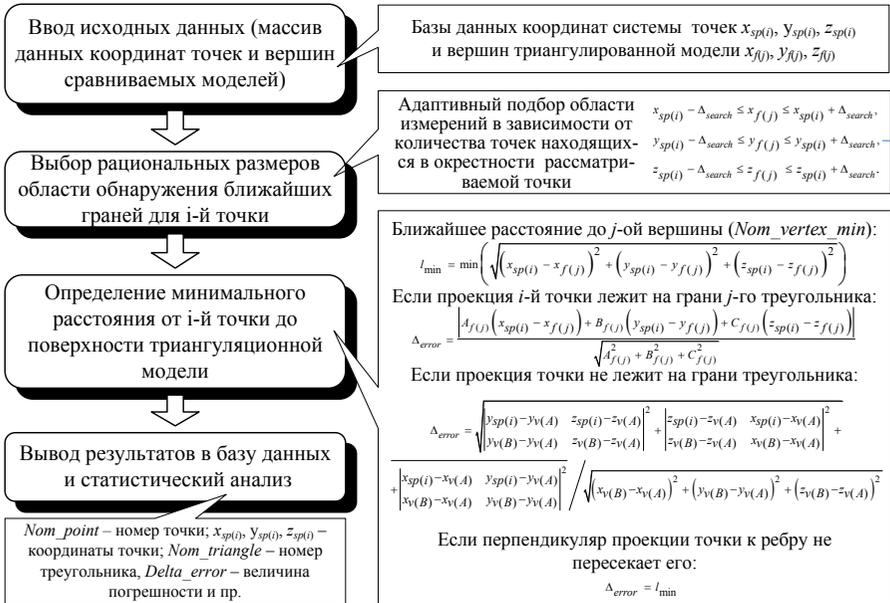


Рисунок 4 – Блок-схема определения значений погрешности триангуляции

Триангуляционная модель структурно представлена системой плоских треугольников *Facet*, заданных координатами трех вершин  $x_{f1}, y_{f1}, z_{f1}, x_{f2}, y_{f2}, z_{f2}, x_{f3}, y_{f3}, z_{f3}$ , имеющих общие ребра *Edge* ( $x_{e1}, y_{e1}, z_{e1}, x_{e2}, y_{e2}, z_{e2}$ ) и вершины *Vertex* ( $x_v, y_v, z_v$ ). Точечная модель представлена системой точек, заданных координатами  $M(x_{sp(i)}, y_{sp(i)}, z_{sp(i)})$ .

В соответствии со схемой (рис. 4) первоначально импортируются исходные данные точечной и триангуляционной моделей изделия в соответствующие базы данных (или массивы) с координатами точек и вершин для каждой модели.

По блок-схеме определяется минимальное расстояние от каждой точки  $M(x_{sp(i)}, y_{sp(i)}, z_{sp(i)})$  до ближайших граней триангуляционной модели.

Для снижения трудоемкости расчетов предложено задаваться рациональной областью поиска ближайших граней  $\Delta_{search}$  для каждой точки  $M$ :

$$\begin{aligned}
x_{sp(i)} - \Delta_{search} &\leq x_{f(j)} \leq x_{sp(i)} + \Delta_{search}, \\
y_{sp(i)} - \Delta_{search} &\leq y_{f(j)} \leq y_{sp(i)} + \Delta_{search}, \\
z_{sp(i)} - \Delta_{search} &\leq z_{f(j)} \leq z_{sp(i)} + \Delta_{search},
\end{aligned} \tag{1}$$

где:  $x_{f(j)}$ ,  $y_{f(j)}$ ,  $z_{f(j)}$  - координаты вершин треугольных граней;  $x_{sp(i)}$ ,  $y_{sp(i)}$ ,  $z_{sp(i)}$  - координаты рассматриваемой точки  $M$ .

Область поиска  $\Delta_{search}$  выбирается из условия включения не менее 10-и граней триангуляционной модели. Первоначальное значение размера области поиска можно задавать исходя из габаритных размеров модели:

$$\Delta_{search} = (L + B + H) / 300, \tag{2}$$

где:  $L$ ,  $B$ ,  $H$  – габаритные размеры модели, длина, ширина и высота, соответственно.

Из поиска исключаются точки, совпадающие с вершинами треугольных граней ( $i$ -я точка совпадает с  $j$ -й вершиной) при условии:

$$x_{sp(i)} = x_{f(i)}; \quad y_{sp(i)} = y_{f(i)}; \quad z_{sp(i)} = z_{f(i)}, \tag{3}$$

тогда погрешность триангуляции  $\Delta_{error} = 0$ .

Для остальных точек  $M(x_{sp(i)}, y_{sp(i)}, z_{sp(i)})$  производится поиск ближайших вершин. Наименьшее расстояние от заданной точки  $M(x_{sp(i)}, y_{sp(i)}, z_{sp(i)})$  до ближайшей вершины определяется с использованием известной зависимости [2]:

$$l_{\min} = \min \left( \sqrt{\left(x_{sp(i)} - x_{f(j)}\right)^2 + \left(y_{sp(i)} - y_{f(j)}\right)^2 + \left(z_{sp(i)} - z_{f(j)}\right)^2} \right). \tag{4}$$

Расстояние от точки  $M$  до ближайшей треугольной грани (погрешность триангуляции  $\Delta_{error}$ ) определяется как длина перпендикуляра опущенного из точки  $M$  на плоскость, проходящую через три вершины грани (визуализация представлена на рис. 5).

Задачу по определению расстояния от точки  $M$  до ближайшей треугольной грани можно представить как определение высоты пирамиды (при условии расположения проекции точки  $M$  в пределах  $j$ -й треугольной грани), представленной на рис. 6.

При расположении проекции точки  $M$  за пределами рассматриваемой  $j$ -й треугольной грани,  $\Delta_{error}$  определяется как минимальное расстояние до одного из ее ребер.

Условия расположения проекции точки  $M$  в пределах  $j$ -й треугольной грани ABC, ограниченной ребрами (рис. 5):

$$\begin{aligned}
\angle MCA \leq 90^\circ; \quad \angle MAC \leq 90^\circ; \quad \angle MAB \leq 90^\circ; \\
\angle MBA \leq 90^\circ; \quad \angle MBC \leq 90^\circ; \quad \angle MCB \leq 90^\circ.
\end{aligned} \tag{5}$$

Углы определяются с использованием теоремы косинусов (пример приведен для угла  $MCA$ ) [2]:

$$\angle MCA = \arccos \left[ \frac{(l_{MC}^2 + l_{CA}^2 - l_{MA}^2)}{2l_{MC}l_{CA}} \right], \quad (6)$$

где  $l_{MC}$ ,  $l_{CA}$ ,  $l_{MA}$  – расстояния между точками  $MC$ ,  $CA$ ,  $MA$  (рис. 6).

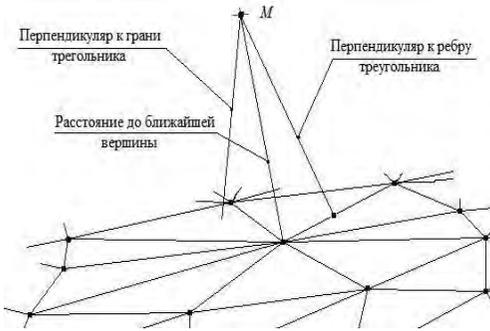


Рисунок 5 – Элементы, используемые при определении точности модели

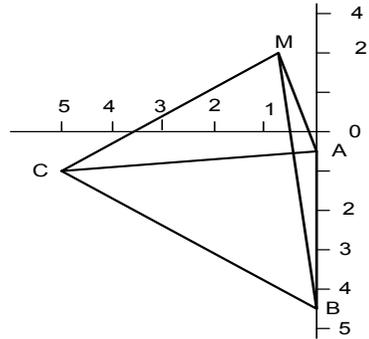


Рисунок 6 – Точка  $M$  и основание пирамиды  $ABC$  (треугольная грань)

В этом случае погрешность  $\Delta_{error}$  определяется с учетом известной зависимости для расстояния от точки до плоскости [2]:

$$\Delta_{error} = \frac{\left| A_{f(j)}(x_{sp(i)} - x_{f(j)}) + B_{f(j)}(y_{sp(i)} - y_{f(j)}) + C_{f(j)}(z_{sp(i)} - z_{f(j)}) \right|}{\sqrt{A_{f(j)}^2 + B_{f(j)}^2 + C_{f(j)}^2}}, \quad (7)$$

где  $A_{f(j)}$ ,  $B_{f(j)}$ ,  $C_{f(j)}$  – прямоугольные координаты нормального вектора к треугольной грани (плоскости проходящей через три вершины);  $x_{f(j)}$ ,  $y_{f(j)}$ ,  $z_{f(j)}$  – координаты одной из вершин  $j$ -й грани;  $x_{sp(i)}$ ,  $y_{sp(i)}$ ,  $z_{sp(i)}$  – координаты рассматриваемой точки  $M$ .

Прямоугольные координаты нормального вектора треугольной грани (коэффициенты уравнения плоскости проходящей через три точки), определяются координатами ее вершин [2, 3]:

$$A_{f(j)} = (y_{v(B)} - y_{v(A)})(z_{v(C)} - z_{v(A)}) - (y_{v(C)} - y_{v(A)})(z_{v(B)} - z_{v(A)}), \quad (8)$$

$$B_{f(j)} = -(x_{v(B)} - x_{v(A)})(z_{v(C)} - z_{v(A)}) - (x_{v(C)} - x_{v(A)})(z_{v(B)} - z_{v(A)}), \quad (9)$$

$$C_{f(j)} = (x_{v(B)} - x_{v(A)})(y_{v(C)} - y_{v(A)}) - (x_{v(C)} - x_{v(A)})(y_{v(B)} - y_{v(A)}). \quad (10)$$

При невыполнении условий (5) - если хотя бы один из углов будет больше  $90^\circ$  (тупой угол), проекция точки  $M$  лежит за пределами основания

$ABC$  (треугольной грани, ограниченной ребрами  $Edge(x_{e1}, y_{e1}, z_{e1}, x_{e2}, y_{e2}, z_{e2})$ , представленной на рис. 5).

Тогда погрешность  $\Delta_{error}$  определяется как наименьшее значение из расстояний от точки  $M$  до ребер треугольников смежных с ближайшей вершиной. Это соответствует задаче определения расстояния от точки до отрезка. Рассмотрим задачу на примере ребра  $AB$ . Возможны три ситуации, определяемыми следующими условиями для уравнений (15)-(17):

$$l_i e(n) = \begin{cases} (15) & \text{если } \angle MAB \leq 90^\circ \text{ и } \angle MBA \leq 90^\circ; \\ (16) & \text{если } \angle MAB > 90^\circ \text{ и } \angle MBA < 90^\circ; \\ (17) & \text{если } \angle MAB < 90^\circ \text{ и } \angle MBA > 90^\circ. \end{cases} \quad (11)$$

Углы  $\angle MAB$ ,  $\angle MBA$  можно определить по теореме косинусов [2]:

$$\angle MAB = \arccos\left(\frac{l_{MA}^2 + l_{AB}^2 - l_{MB}^2}{2l_{MA}l_{AB}}\right), \quad (12)$$

$$\angle MBA = \arccos\left(\frac{l_{MB}^2 + l_{AB}^2 - l_{MA}^2}{2l_{MB}l_{AB}}\right), \quad (13)$$

где:  $l_{MA}$ ,  $l_{AB}$ ,  $l_{MB}$  – расстояния между точками  $MA$ ,  $AB$ ,  $MB$ , соответственно.

С учетом уравнений (12) и (13) система условий примет следующий вид:

$$l_i e(n) = \begin{cases} (15) & \text{если } l_{MA}^2 + l_{AB}^2 - l_{MB}^2 \geq 0 \text{ и } l_{MB}^2 + l_{AB}^2 - l_{MA}^2 \geq 0; \\ (16) & \text{если } l_{MA}^2 + l_{AB}^2 - l_{MB}^2 < 0 \text{ и } l_{MB}^2 + l_{AB}^2 - l_{MA}^2 \geq 0; \\ (17) & \text{если } l_{MA}^2 + l_{AB}^2 - l_{MB}^2 \geq 0 \text{ и } l_{MB}^2 + l_{AB}^2 - l_{MA}^2 < 0. \end{cases} \quad (14)$$

Первая ситуация возникает при условии пересечения перпендикуляра проведенного от точки  $M$  с ребром  $AB \Rightarrow \angle MAB \leq 90^\circ$  и  $\angle MBA \leq 90^\circ$  в (11) и (14), тогда погрешность определяется как расстояние от точки до линии [2]:

$$l_i e(AB) = \frac{\sqrt{\left[ \frac{y_{sp(i)} - y_{v(A)}}{y_{v(B)} - y_{v(A)}} \cdot \frac{z_{sp(i)} - z_{v(A)}}{z_{v(B)} - z_{v(A)}} \right]^2 + \left[ \frac{z_{sp(i)} - z_{v(A)}}{z_{v(B)} - z_{v(A)}} \cdot \frac{x_{sp(i)} - x_{v(A)}}{x_{v(B)} - x_{v(A)}} \right]^2}}{\sqrt{\left[ \frac{x_{sp(i)} - x_{v(A)}}{x_{v(B)} - x_{v(A)}} \cdot \frac{y_{sp(i)} - y_{v(A)}}{y_{v(B)} - y_{v(A)}} \right]^2 + \sqrt{\left( x_{v(B)} - x_{v(A)} \right)^2 + \left( y_{v(B)} - y_{v(A)} \right)^2 + \left( z_{v(B)} - z_{v(A)} \right)^2}}}. \quad (15)$$

Вторая ситуация возникает при условии когда перпендикуляр из проекции точки не пересекает ребро треугольника. Если один из углов  $\angle MAB$ ,  $\angle MBA > 90^\circ$ , тогда имеет место ситуация, когда ближайшее расстояние до отрезка равно расстоянию до ближайшей вершины.

При условии  $\angle MAB > 90^\circ$  и  $\angle MBA < 90^\circ$  в (11) и (14), ближайшее расстояние будет соответствовать длине отрезка  $MA$ :

$$l_i v(A) = \sqrt{\left( x_{sp(i)} - x_{v(A)} \right)^2 + \left( y_{sp(i)} - y_{v(A)} \right)^2 + \left( z_{sp(i)} - z_{v(A)} \right)^2}, \quad (16)$$

где:  $x_{v(A)}$ ,  $y_{v(A)}$ ,  $z_{v(A)}$  - координаты вершины  $A$ ;  $x_{sp(i)}$ ,  $y_{sp(i)}$ ,  $z_{sp(i)}$  - координаты точ-

ки  $M$ .

При условии  $\angle MAB < 90^\circ$  и  $\angle MBA > 90^\circ$  в (11) и (14), ближайшее расстояние будет соответствовать длине отрезка  $MB$ :

$$l_{i\ v(B)} = \sqrt{(x_{sp(i)} - x_{v(B)})^2 + (y_{sp(i)} - y_{v(B)})^2 + (z_{sp(i)} - z_{v(B)})^2}, \quad (17)$$

где:  $x_{v(B)}$ ,  $y_{v(B)}$ ,  $z_{v(B)}$  - координаты вершины  $B$ .

В любом случае погрешность  $\Delta_{error}$  определяется как наименьшее значение  $l_{i\ e(n)}$  для смежных граней ближайшей вершины к точке  $M$ :

$$\Delta_{error} = \min(l_{i\ e(n)}), \quad (18)$$

где:  $l_{i\ e(n)}$  – расстояние от точки  $M$  до  $j$ -й треугольной грани, определяемое из (14) - (17).

На основе предложенной схемы и расчетных зависимостей предполагается выполнять статистический анализ погрешностей замены системы точек триангуляционной поверхностью. Практический опыт работы показывает, что при сравнении моделей обрабатывается большой объем данных (50 тыс. ÷ 20 млн. точек). Поэтому необходима разработка специального приложения для автоматизации сравнения и анализа моделей.

## **Выводы**

Возможности существующего программного обеспечения не позволяют в полной мере выполнять углубленное статистическое исследование погрешности триангуляции моделей на основе системы измеренных точек, полученных путем сканирования на оптико-цифровых установках.

Предложенная схема анализа и расчетные зависимости для оценки точности триангуляционной модели позволяют автоматизировать процесс ее верификации по точечной модели и расширить возможности анализа данных.

Программная реализация разработанного подхода позволит выявить пути уменьшения погрешностей, возникающих на этапах триангуляции системы точек и устранения дефектов триангуляционной модели.

**Список использованных источников:** 1. Обратный инжиниринг промышленных изделий с использованием оптико-цифровой установки объемного сканирования Imetric Scan / В.Л. Добро-скок, С.И. Чернышов, Я.Н. Гаращенко [и др.] // Сучасні технології в машинобудуванні: зб. наук. праць. - 2010. – Вип. 4. – С. 123-135. 2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. - М.: Наука, 1969. - 870 с. 3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). - М.: Наука, 1973. - 832 с.

*Поступила в редколлегию 04.06.2012*